ن 5

/ /

مقاييس أداء النظام : (سؤال امتحاني) :

[1] - متوسط زمن الانتظار = زمن الانتظار / عدد الزبائن

[2] - احتمال الانتظار في الدور هو عدد الزبائن الذين انتظروا / عدد زبائن المحاكية ؟

[3] - فعالية الخادم = 1 - زمن الفراغ / عدد الزبائن

[4] - متوسط زمن الخدمة = مجموع أزمنة الخدمة / عدد الزبائن .

وظيفة : كرر نفس العمل السابق من أجل عشرة زبائن .

المحاضرة الرابعة

الاثنين 2/11/2013 م

[5] - مقاييس أداء النظام : متوسط أزمنة مابين الوصول يساوي إلى مجموع أزمنة مابين الوصول على عدد الزبائن .

[6] - متوسط الانتظار لمن انتظروا = زمن الانتظار على عدد الزبائن الذين انتظروا .

[7] - متوسط زمن المكوث في النظام = زمن المتوقف في النظام على عدد الزبائن .

تمرين :

يريد أحد بائعي الخبز تحديد متوسط عدد أرغفة الخبز التي يعدها يومياً للبيع .

التوزيع الاحتمالي لعدد الزبائن يومياً يعطى بالجدول :

عدد الزبائن في اليوم	8	10	12	14
الاحتمال	0,35	0,30	0,25	0,10

وكل زبون يشتري عدد من الأرغفة حسب التوزيع الاحتمالي التالي :

عدد الأرغفة	4	8	12	16
الاحتمال	0,4	0,3	0,2	0,1

والمطلوب :

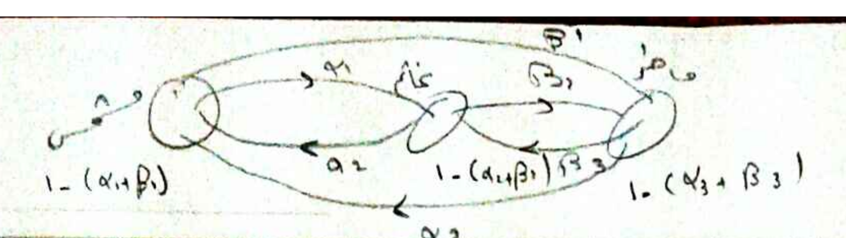
محاكاة هذا النظام يومياً من أجل خمسة أيام عمل وتحديد متوسط عدد الأرغفة التي يعدها يومياً .

الحل وظيفة

رقم = ... shift

رقم = ...

توضيح للحل : نضع جدول لعدد الزبائن في كل يوم



• نماذج ماركوف :

تظهر جملة المعادلات الفرقية في نظرية التحكم (النظم المؤتمتة) والاتصالات والإدارة والعلوم الاجتماعية وغيرها من العلوم الأخرى .

تنتج المعادلات الفرقية عند دراسة النظم المؤتمتة والتي تخضع لعملية ماركوف والتي ندعوها بسلاسل ماركوف :

نقول عن نظام أنه ماركوفي اذا وجد النظام في حالة من حالات عديدة مرقمة يمكن أن ينتقل من حالة إلى أخرى باحتمالات معلومة في خطوة زمنية معينة

فاذا كان لدينا نظام ماركوفي في الحالة رقم (i) هذا يعني أن هناك احتمال ولنكن P_{ij} لانتقال النظام من الحالة i إلى الحالة j كما هو موضح بالشكل

i → j : P_{ij}

يدعى عادة P_{ij} باحتمال الانتقال .

مما سبق ندعو المصفوفة التي عناصرها P_{ij} بالمصفوفة العشوائية أو مصفوفة الانتقال أو مصفوفة ماركوف حيث تحقق أن مجموع عناصر كل سطر = 1 .

مثال : نموذج الكلام :

لنفرض أنه لدينا شخص ما وهو يكون في حالتين : إما أن يتكلم أو يصمت وفي هذه الحالة يتألف النظام من حالتين و لنشكل هذا النموذج والذي ندعوه بالمصفوفة ماركوف .

الحالة :

متكلم ⇄ صامت (α ، β)، $1-\alpha$: احتمال أن يتكلم ويبقى متكلم، $1-\beta$: احتمال أن يصمت ويبقى صامت

مصفوفة ماركوف :

$$P = \begin{bmatrix} 1-\alpha & \alpha \\ \beta & 1-\beta \end{bmatrix}$$

وهل هي عشوائية ؟؟

نعم لأن لدينا مجموع الصفوف = 1 .

مثال :

أوجد النموذج الرياضي لحالة الطقس مبيناً فيما اذا كانت المصفوفة الموافقة هي مصفوفة عشوائية أم لا حيث أننا نناقش الحالات الآتية :

مشمس - غائم - ماطر : حالات النظام .

الحل :

مشمس ويصبح غائم α_1
مشمس ويبقى مشمس $1-(\alpha_1+\beta_1)$
مشمس ويصبح ماطر β_1
غائم ويصبح ماطر α_2
غائم ويصبح مشمس β_2
غائم ويبقى غائم $1-(\alpha_2+\beta_2)$
ماطر ويصبح غائم α_3
ماطر ويصبح مشمس β_3
ماطر ويبقى ماطر $1-(\alpha_3+\beta_3)$

والمصفوفة ماركوف هي :

$$P = \begin{bmatrix} 1-(\ ) & \alpha_1 & \beta_1 \\ \alpha_2 & 1-(\ ) & \beta_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & 1-(\ ) \end{bmatrix}$$

والمصفوفة عشوائية لأن مجموع الصفوف = 1

• يكون عادة النموذج الموافق لمثل هذه الحالة من الشكل:

$x_{k+1} = A x_k$ A مصفوفة الانتقال

وكلما نعطي لـ k قيمة 0 ينتج:

• $k=0 \Rightarrow x_1 = A x_0$

حيث x_0 قيمة ابتدائية معطاة

• $k=1 \Rightarrow x_2 = A x_1 = A(Ax_0) = A^2 x_0$

وبالتالي الحل العام يكون:

$$x_n = A^n x_0$$

• النظام هو مجموعة عناصر مترابطة مع بعضها البعض يمكن لهذه العناصر أن تصاب بأعطال مفاجئة أو مستمرة جزئية أو كلية:

مثال:

لدينا نظام مؤلف من عنصرين في إحدى مصانع تكرير النفط وفق المخطط الموجود جانباً لهما معايير متشابهة وبنسب مختلفة للإصلاح وبنسب مختلفة للأعطال.

أعطال λ_2 λ_1

[1] —— [2]

إصلاح μ_2 μ_1

والمطلوب: تحديد حالات هذا النظام:

1) العنصر الأول يعمل والعنصر 2 يعمل
2) العنصر 1 يعمل والعنصر 2 معطل
3) العنصر 1 معطل والعنصر 2 يعمل
4) العنصر 1 معطل والعنصر 2 معطل

[1]- لنرسم مخطط ماركوف نقوم بأخذ كل حالة وإمكانية وصولها مع الحالات الأخرى علماً أن هذه الحالة هي الأولى:

1 ← 2
1 ← 3   } مع معرفة الإصلاح μ_2 والعطل λ.
1 ← 4

تعطيل وإصلاح في الحالة الواحدة غير ممكن

• لننتقل من الحالة 1 ← 2
تعطيل العنصر 2 أي λ_2

من 1 ← 3 تعطيل العنصر 1 أي λ_1.

من 1 ← 4 يجب تعطيل العنصر الأول والثاني وهذا غير ممكن

[2]- 2 ← 1 : تصليح العنصر 2 أي μ_2

2 ← 3 : تعطيل العنصر 1 وتصليح العنصر 2 ← غير ممكن

2 ← 4 : تعطيل العنصر 1 أي λ_1

[3]- 3 ← 1 : إصلاح العنصر 1 أي μ_1.

3 ← 2 : إصلاح العنصر 1 وتعطيل 2 وهذا غير ممكن

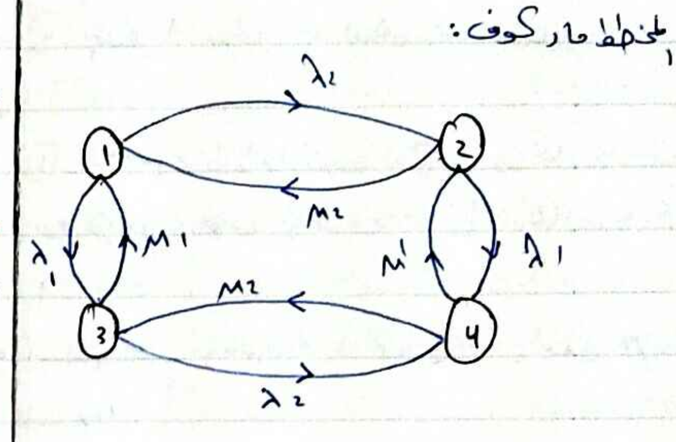
3 ← 4 : تعطيل 2 أي λ_2

4- ح4 ← 1 : 1 صالح 2 ، 1 صالح 2 2 غير ممكن

ح4 ← 2 : 1 صالح 2 1 أي μ_1

ح4 ← 3 : 1 صالح 2 2 أي μ_2

المخطط ماركوف:



مصفوفة الانتقال

الجدول :

	1	2	3	4
1	$-(\lambda_2+\lambda_1)$	λ_2	λ_1	0
2	μ_2	$-(\mu_2+\lambda_1)$	0	λ_1
3	μ_1	0	$-(\mu_1+\lambda_2)$	λ_2
4	0	μ_1	μ_2	$-(\mu_1+\mu_2)$

وظيفة: ما هي احتمالات انتظام هو رسم مخطط ماركوف ؟

النمذجة الرياضية هو معادلات تراجعية (فيبوناتشي) :

مثال: نفرض أنه لدينا أبجدية مكونة من حرفين فقط ∧ و ∨ وقواعد هذه اللغة بسيطة جداً حيث أنه لا يجوز للكلمة أن تحتوي على حرفين متتاليين من النمط ∧ . نرمز بالرمز F_n للدلالة على عدد الكلمات المكونة من n حرفاً في هذه الأبجدية ولنوجد العلاقة التي نستطيع من خلالها تعيين F_n .

نلاحظ أنه من أجل الكلمات المكونة من حرف واحد $F_1 = 2$ ∨،∧ أما من أجل الكلمات المكونة من حرفين $F_2 = 3$: ∨∨, ∨∧, ∧∨, ∧∧ لا يمكن حسب الملاحظة أعلاه ∧ لا تتكرر.

ومن أجل الكلمات المكونة من ثلاثة أحرف .

F_3 = ∨∨∨, ∨∨∧, ∨∧∨, ∧∨∨, ∧∨∧ = 5

F_4 = ∨∨∨∨, ∨∨∨∧, ∨∨∧∨, ∨∧∨∨, ∧∨∨∨, ∨∧∨∧, ∧∨∧∨, ∧∨∨∧